

文章编号: 1673 - 7644(2016)03 - 0237 - 07

基于 LBM 的通道内多孔介质交界面滑移效应研究

郜凯凯¹ 陈宝明^{1 2 3*} 姜昊¹ 芦凯¹

(1. 山东建筑大学 热能工程学院, 山东 济南 250101; 2. 可再生能源建筑利用技术省部共建教育部重点实验室, 山东 济南 250101; 3. 山东省可再生能源建筑应用技术重点实验室, 山东 济南 250101)

摘要: 多孔介质与流体所构成复合区域内流体流动现象在自然界及社会许多行业之中广泛存在, 研究含多孔介质通道内流体流动的问题具有重要意义。文章基于格子 Boltzmann 方法对局部填充多孔介质的通道内流体流动进行模拟, 研究了不同工况条件下对多孔介质区域与纯流体交界面处的滑移效应变化规律, 并采用编程进行数值模拟及结果验证, 分析了不同 Re 数和孔隙率对多孔介质区域与纯流体交界面处的滑移效应。结果表明: 速度滑移系数 α 始终为正, 应力滑移系数 β 始终为负值; 速度滑移系数 α 和应力滑移系数 β 的数值随 Re 数和孔隙率 ε 增大时的变化趋势不同, 但滑移效应的变化趋势相同, 即速度滑移效应和应力滑移效应都随 Re 数的增大而增强, 随孔隙率 ε 的增大而减弱。

关键词: 通道; 多孔介质; 格子 Boltzmann 方法; 交界面; 滑移效应;

中图分类号: TU996 文献标识码: A

Study on slippage effect of porous media interface within the channel by Lattice Boltzmann Method

Gao Kaikai¹, Chen Baoming^{1 2 3*}, Jiang Hao¹, et al.

(1. School of Thermal Energy Engineering, Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, China; 2. Key Laboratory of Renewable Energy Utilization Technologies in Building, Ministry of Education, Jinan 250101, China; 3. Shandong Key Laboratory of Renewable Energy Applied Technologies, Jinan 250101, China)

Abstract: Fluid flow phenomenon on the composite area of porous media and fluid is so widespread in nature and human society. The study on the flow in porous media channels has important practical significance. The model on channel partially filled with structured porous layer was simulated numerically by lattice Boltzmann method. Study on the change rule of porous media area and pure fluid interface slippage effect under different conditions, numerical simulation by programming, analyzing principally the impact of different Re number and the porosity ε of the porous medium on the slip effect at the porous/fluid interface. The numerical results show that the velocity slip coefficient is always positive. On the contrary, the stress slip coefficient is always negative; the change trends of velocity slip and stress slip coefficient with Re and the porosity ε are different, instead, the tendency of the slip effect is the same, which means that the velocity slip effect and the stress slip effect are enhanced with the increase of Re number, and decreases with the increase of the porosity ε .

Key words: channel; porous media; Lattice Boltzmann Method; porous/fluid interface; slippage effect;

收稿日期: 2016 - 03 - 04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51076086)

作者简介: 郜凯凯(1990 -)男 在读硕士 主要从事多孔介质内流动换热等方面的研究. E-mail: wsgaokai0917@163.com

通讯作者*: 陈宝明(1963 -)男 教授 博士 主要从事复杂体系中的传热传质等方面的研究. E-mail: chenbm@sdjzu.edu.cn

0 引言

多孔介质与流体构成复合区域内流体流动现象广泛存在于自然界和人类社会各行各业生产等工程均有极其重要的利用价值和实际意义。通道内含多孔介质的流体流动,通常涉及到其内部的动量和质量的传递现象,这些流动都是由外部因素所引起的。由于细通道的尺寸较小。其内部有无多孔介质及多孔介质的情况,对流体的流动特性影响十分显著。研究多孔介质与纯流体交界面处的流动变化规律变得十分重要。流体与多孔介质交界处的速度滑移和应力滑移一直以来是国内外学者研究的重点。Beavers 等提出在可渗透多孔介质表面与流体空间交界面处存在速度不连续现象并通过实验研究提出了速度滑移系数的半经验公式^[1],奠定了界面滑移效应的研究基础。Ochoa 等利用修正 Brinkman 方程提出了交界面处应力滑移条件^[2-3]。Valdes 等从解析的角度分析了渗透率和孔隙率与界面应力滑移相关^[4]。伴随对多孔介质内流体流动研究的深入, Baytas 等对多孔介质和流体交界面为水平及有台阶两种情形分别进行了数值模拟分析^[5]。Chen 等和 Liu 等对方腔内局部填充多孔介质自然对流模型的交界面处滑移系数进行较为详细分析和研究^[6-7]。随着数值模拟方法的不断更新,格子 Boltzmann 方法(LBM)在计算流体力学领域得到迅速发展。而与传统 CFD 模拟方法求解时间推进动量方程不同,LBM 是基于粒子动力学展开的,利用介观动理学方程—Boltzmann 方程,通过 Chapman-Enskog 展开获得宏观运动方程。由于其计算简单,并行性好等优点,LBM 被越来越多的被用来微小尺度的介质进行模拟研究^[8]。

文章采用格子 Boltzmann 方法对内部局部填充多孔介质通道的流体流动进行模拟。获取了局部填充多孔介质的通道内流体流动变化的基本特征,探讨不同 Re 数、孔隙率 ε 对通道内流体流动的影响规律,重点研究不同 Re 数和孔隙率 ε 条件对多孔介质与纯流体交界面处滑移效应的影响及其变化规律。

1 物理及数学模型

1.1 物理模型的建立

建立的物理模型如图 1 所示,在通道中间部分部分填充多孔介质,上下边界为固体壁面,左侧为入口,入口速度为 u ,右侧为出口。通过改变多孔介质部分孔隙率 ε (改变圆柱的直径、位置)及流体的 Re 数获得不同的工况。



图 1 问题的物理模型图

1.2 基本假设及数学模型

为了便于研究 Re 数、孔隙率 ε 等对部分填充多孔介质通道内流体及温度场的影响,现作出以下 4 条基本假设:

- (1) 流体区域为单一的纯流体介质,且区域内不存在任何障碍物。
- (2) 流体中的粘性耗散项忽略不计且流体流动为二维流动。
- (3) 通道内流体为不可压缩流体。
- (4) 通道内流体与多孔介质骨架无任何化学反应。

基于上述假设,文章采用格子 Boltzmann 方法模拟 LBM 是应用格子演化变量求解偏微分方程的一种十分活跃而极具发展前景的模拟方法,可以从描述微流体流动的连续 Boltzmann 方程得到。文章中粒子演化方程采用 D2Q9 格子 Boltzmann 模型(其离散速度如图 2 所示),模拟过程中使用格子单位(以下物理量符号没有单位)进行模拟研究,其对应的速度演化方程由式(1)^[8-10]表示为

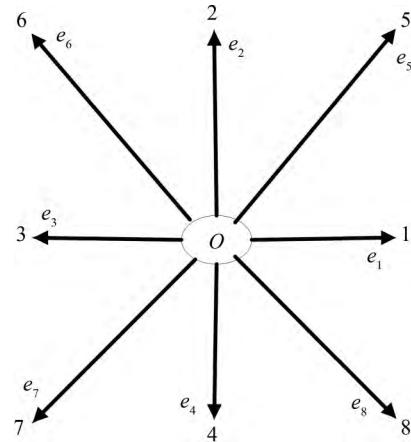


图 2 D2Q9 速度配置模型图

$$\begin{aligned} & f_\alpha(x + e_\alpha \delta_t t + \delta_t) - f_\alpha(x t) \\ & = -\frac{1}{\tau_\sigma} [f_\alpha(x t) - f_\alpha^{eq}(x t)] \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $f_\alpha(x t)$ 代表 t 时刻在 x 处的流体粒子在 α 方向上的粒子分布函数, 可简记为表示 f_α ; $f_\alpha(x + e_\alpha \delta_t t + \delta_t)$ 代表经过一个时间步长, 粒子迁移到位置 $x + e_\alpha \delta_t t$ 时的粒子分布函数; $f_\alpha^{eq}(x t)$ 代表 t 时刻在 x 处的流体粒子在 α 方向上的平衡态分布函数, 可简记为 f_α^{eq} ; e_α 表示流体粒子在 α 方向上的离散

$$\begin{cases} e_0 = (0, 0), e_1 = (1, 0), e_2 = (0, 1) \\ e_3 = (-1, 0), e_4 = (0, -1), \\ e_5 = (1, 1), e_6 = (-1, 1), e_7 = (-1, -1), e_8 = (1, -1) \end{cases} \quad (2)$$

$$f_\alpha^{eq} = \rho \omega_\alpha [1 + \frac{e_\alpha \cdot u}{c_s^2} + \frac{(e_\alpha \cdot u)^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2}] \quad \alpha = 0, 1, 2, \dots, 8 \quad (3)$$

$$\omega_\alpha = \begin{cases} 4/9, & \alpha = 0 \\ 1/9, & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36, & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (4)$$

式中: $c = \delta_x / \delta_t$ (一般为 1), δ_x 、 δ_t 分别为网格的步长和时间步长, 且通常有 x 和 y 方向的网格步长是相同的, 即有 $\delta_x = \delta_y$; c_s 为格子声速且 $c_s^2 = c^2 / 3$; u 为宏观速度。

宏观的流体密度 ρ 和速度 u 可通过式(5)、(6)分别计算得到, 其中 f_α 为粒子分布函数, e_α 为方向 α 的格子速度。

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha \quad (5)$$

$$\rho u = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha e_\alpha \quad (6)$$

平衡态函数可通过 Chapman-Enskog 展开方法得到 D2Q9 模型对应的宏观方程^[11], 分别由式(7)、(8)表示为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho uu) = 0 \quad (8)$$

$$= -\nabla p + \nabla [\rho \mu (\nabla u + (\nabla u)^T)]$$

式(8)中压力 $p = c_s^2 \rho$ 。由于文章中 Re 数较小, 流体的密度 ρ 变化不大, 方程就是标准的不可压缩 Navier-Stokes 方程。方程(7)、(8)中 ρ 为宏观密度, u 为宏观速度; ∇ 是哈密顿算子; ∇u 、 ∇p 分别为速度 u 和压力 p 的梯度; $(\nabla u)^T$ 为速度梯度矢量的转置; $\nabla \cdot$ 是求张量散度; $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ 代表单位控制体内流体质量

速度; τ_σ 表示粒子分布函数演化方程中的无量纲的松弛时间 ($\tau_\sigma = \frac{3\nu + 0.5}{\delta_t c^2}$); ν 为流体运动粘度系数, e_α 表示时间步长; $\alpha = 0, 1, 2, \dots, 8$, 分别代表速度配置的 9 个不同方向, $e_0, e_1, e_2, \dots, e_8$ 分别表示流体粒子在 0, 1, 2, …, 8 各个方向上的离散速度。

D2Q9 模型对应的离散速度配置 e_α 、粒子平衡态分布函数 f_α^{eq} 及权系数 ω_α 分别由式(2)、(3)、(4)表示为

变化率, $\nabla \cdot (\rho u)$ 代表净流出单位控制体的质量流量 μ 为运动粘度系数。式(8)左侧第一项表示密度与当地加速度 $\frac{\partial \rho u}{\partial t}$ 的乘积, 第二项密度与对流加速度的乘积, 右侧第一项为压力梯度, 第二项表示粘性应力张量。

1.3 数学模型的边界设置

该物理模型中边界条件涉及通道壁面、出入口及多孔介质壁面处速度边界。其中, 上下边界为固体壁面, 其速度边界采用无速度滑移边界条件, 模拟中采用的是反弹与镜面反射混合格式; 多孔介质壁面处采用反弹格式(bounce-back), 多孔介质中 $u_x = u_y = 0$; 出口处采用 Zou-He 边界条件^[12]; 入口速度 $u_x = 0.1, u_y = 0$ (后续文章中 u 不加 x, y 下标的默认为 u_x), 计算区域格子解析度采用 x, y 方向上格子数分别为 1400, 200。

1.4 滑移系数

多孔介质骨架层与纯流体之间存在交界面区域。而在该区域向多孔介质区域过渡的微小空间, 结构较薄、影响机理复杂, 因此两区域交界面处动量传递较为复杂, 如图 3 所示。

随着学者对该区域的研究深入, 正确认识多孔介质区域与流体区域交界面处的速度滑移与应力滑移效应成为探讨流体在部分填充多孔介质通道内流动的关键。在通道的纯流体区域下侧, 水平边界层内主要以水平流动为主。与水平速度相比, 垂直方向速度较小, 故在交界面处利用速度滑移和应力滑移条件进行分析, 并建立在交界面区域速度滑移系

数 α 、应力滑移系数 β 与速度 u 和剪切应力 du/dy 之间的表达式^[13] 分别由式(9)、(10) 表示为

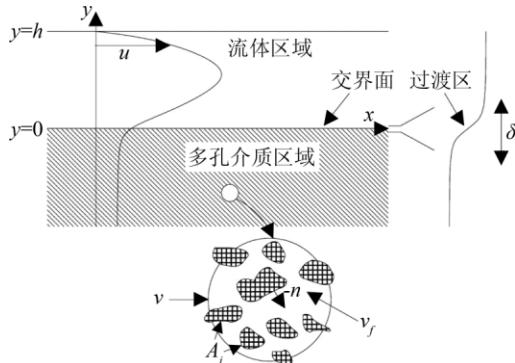


图 3 多孔介质骨架层与纯流体构成的复合域图

$$\frac{du}{dy} \Big|_{int} = \frac{\alpha}{\sqrt{K}} (u_f - u_p) \quad (9)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{du}{dy} \Big|_p - \frac{du}{dy} \Big|_f = \beta \frac{u_{int}}{\sqrt{K}} \quad (10)$$

式(9)、(10) 经变形 无量纲化后 获得速度滑移系数 α 和应力滑移系数 β 分别由式(11)、(12) 表示为

$$\alpha = \frac{\sqrt{Da}}{(u_f - u_p)} \frac{du}{dy} \Big|_{int} \quad (11)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{Da}}{u_{int}} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{du}{dy} \Big|_p - \frac{du}{dy} \Big|_f \right) \quad (12)$$

式中: ε 为多孔介质孔隙率; k 是多孔介质渗透率; f 、 p 分别代表界面外流体区和多孔介质区的参数; int 代表交界面处; $\frac{du}{dy} \Big|_p$ 和 u_p 、 $\frac{du}{dy} \Big|_f$ 和 u_f 、 $\frac{du}{dy} \Big|_{int}$ 和 u_{int} 分别代表交界面多孔介质侧、纯流体侧、交界面上的剪切应力和流速, 达西 Da 数(Darcy 数) 为渗透率 k 对应的无量纲参数(见式(13)) , 表征多孔介质渗透率的强弱。

2 数值模拟结果验证

验证文章数学模型及程序的正确性, 这里选取雷诺数 $Re = 10, 20, 40$ 时的二维静止圆柱绕流问题进行数值模拟, 计算区域格子解析度采用 x 方向 1200 格子, y 方向 600 格子, 圆柱直径 $d = 30$, 上下为固体边界, 左侧入口流速 $u = 0.1$, 右侧为出口, 给出了计算结果, 测量回流区的长度 L' , 计算阻力系数 C_D 并与 Nieuwstadt 和 He 的结果分别进行了比较, 其中 $Re = ud/\nu$ ^[14-15]。结果见表 1, 文章模型的与

参考模型的计算很是接近(误差率均在 5% 范围内), 可知文章模型的正确性。

表 1 稳定时的流动参数对比(r 为圆柱半径)

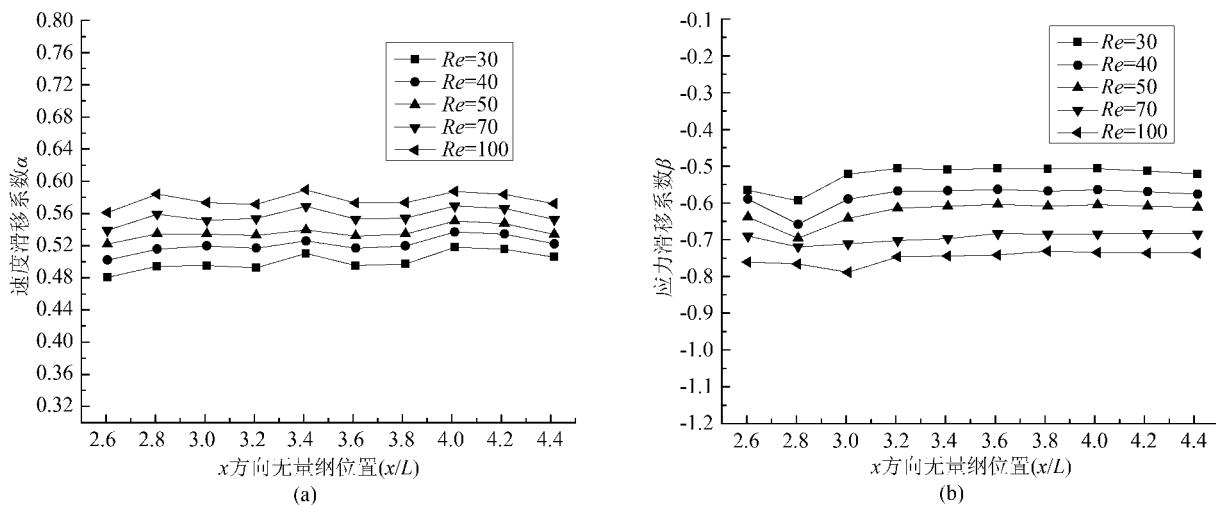
对比参数	L'/r	C_D	L'/r	C_D	L'/r	C_D
Re	10	10	20	20	40	40
Nieuwstadt 结果	0.474	3.170	1.842	2.152	4.490	1.499
He 结果	0.434	2.828	1.786	2.053	4.357	1.450
文章结果	0.454	—	1.802	2.131	4.350	1.452
文章与 Nieuwstadt	4.2	—	2.2	1.0	3.1	4.6
结果的误差率/%						
文章与 He 结果的	4.6	—	0.9	3.8	0.2	1.4
误差率/%						

3 数值模拟主要参数影响分析

3.1 雷诺数 Re 的影响

Re 数的变化对通道内流体流动的影响十分明显, 它表征了粘滞力的强度。层流中 相比惯性力 粘滞力对流体流动的影响较大。不同的 Re 数条件对多孔介质交界面处的速度滑移系数 α 与应力滑移系数 β 的影响也十分重要。

由图 4(a)、(b) 可知, 通道内流体区域与多孔介质区域之间的速度滑移系数 α 为正值、应力滑移系数 β 为负值; 沿水平方向上 速度滑移系数 α 、应力滑移系数 β 均变化的不大; 这是由于在相同的 Re 数下(孔隙率 ε 相同) , 多孔介质区域和纯流体区域流速及交界面处的速度、速度梯度在水平方向变化很小, 使得速度滑移系数 α 及应力滑移系数 β 在水平方向上变化趋于水平; 但是随着 Re 数的增大(孔隙率 ε 相同) , 速度滑移系数 α 随 Re 数增大而增大, 这是由于随 Re 的增加, 多孔介质内部流速有所增大, 同时交界面处的边界层厚度减小, 速度沿 y 方向的梯度 $\frac{du}{dy} \Big|_{int}$ 增加较大, 因此速度滑移系数 α 随 Re 数增大而增大, 即速度滑移效应随 Re 数的增大而增强。相反, 应力滑移系数 β 随雷诺数 Re 的增大逐渐减小(孔隙率 ε 相同) , 通道内流体流动的速度逐渐增强, 同时上下壁面边界层减小, 进而造成交界面处的速度随 Re 的增大而增大, 流体区域和多孔介质区域的剪切应力逐渐增大, 多孔介质区域的剪切应力的增幅小于纯流体区域的剪切应力的增加, 因此交界面处应力滑移现象愈发明显, 由于 β 为负值, 所以应力滑移系数 β 的数值随 Re 逐渐减小。

图4 不同 Re 数下速度滑移系数沿 x 方向的变化图(孔隙率 $\varepsilon = 0.8$)(a) 速度滑移系数 α ; (b) 应力滑移系数 β

3.2 孔隙率 ε 的影响

孔隙率是多孔介质的重要参数,孔隙率的变化直接影响多孔介质内部的流场的变化,进而影响纯流体与多孔介质交界面处的滑移现象。对比通道内部不同孔隙率的多孔介质区域与纯流体区域交界面处的速度及应力滑移系数,分析多孔介质孔隙率对界面处的影响效应。其中三种多孔介质($\varepsilon = 0.7, 0.8$ 和 0.9)为不同直径的圆柱排列而成, $\varepsilon = 0.9$ 对应的无量纲圆柱直径为 6×10^{-2} , $\varepsilon = 0.8$ 对应的无量纲圆柱直径为 8.5×10^{-2} , $\varepsilon = 0.7$ 对应的无量纲圆柱直径为 10.5×10^{-2} 。多孔介质部分的渗透率 k 和 Da 数由式(13)表示^[16],其中 L 为特征长度(取 1)。

$$k = \frac{\varepsilon^3 d^2}{180 (1 - \varepsilon)^2} Da = \frac{k}{L^2} \quad (13)$$

由于用圆柱构造的多孔介质较真实多孔介质略有不同,多孔介质区域的达西数(Da 数)随孔隙率 ε 的增大而增大。为了更确切的分析多孔介质与纯流体交界面的滑移效应,文章先对当量系数 $\alpha/Da^{0.5}, \beta/Da^{0.5}$ 进行分析(如图 5(a)、(b) 所示)。由图 5 的分布曲线可以得出:在相同 Re 数条件下,随着孔隙率 ε 的增大, $\alpha/Da^{0.5}$ 出现逐渐减小的趋势, $\beta/Da^{0.5}$ 出现逐渐增大的趋势。其原因在于多孔介质孔隙率的增大导致流体更多的流向多孔介质内部,流动性增强,而纯流体区域的流速则相应的减缓,在多孔介质流体向纯流体流动的过渡交界面附近,速度梯度变小(如图 6 所示),虽然纯流体的流速与多孔介质中流体的渗流速度差值也相应减

小,但梯度的变化起决定性作用,故出现 $\alpha/Da^{0.5}$ 随着 ε 的增大而逐渐减小的趋势;同时两个区域剪切应力差值 $\frac{1}{\varepsilon} \frac{du}{dy}|_p - \frac{du}{dy}|_f$ 减小,因此 $\beta/Da^{0.5}$ 随着 ε 的增大而逐渐增大(值为负值),即速度滑移效应随 ε 的增大而减弱,应力滑移效应随 ε 的增大而减弱。

由于采用圆柱构造的多孔介质区域,其 Da 数随孔隙率 ε 的增大而增大,经计算结果表明:在相同 Re 数条件下,速度滑移系数 α 随孔隙率 ε 的增大而增大(如图 7(a) 所示),对应的应力滑移系数 β 随孔隙率 ε 增大而减小(如图 7(b) 所示)。

4 结论

纯流体区域交界面处的滑移现象进行模拟分析,探讨在不同 Re 数和不同多孔介质的孔隙率 ε 下,交界面处滑移系数的变化规律,计算结果表明:

(1) 速度滑移系数 α 总为正值而应力滑移系数 β 总为负值。

(2) 速度滑移效应和应力滑移效应都随 Re 数的增大而增强,随孔隙率 ε 的增大而减弱。

(3) 当多孔介质区域处的空隙率 ε 一定时,交界面处的速度滑移系数 α 随流体的 Re 数增大而增大,应力滑移系数 β 随着 Re 数的增大而减小。

(4) 当流体的 Re 数不变时,鉴于增大圆柱构造多孔介质部分的孔隙率 ε 使得对应的 Da 数也相应的增大,经计算可知:交界面处速度滑移系数 α 随空隙率 ε 的增大而增大,应力滑移系数 β 随孔隙率 ε 的

增大而减小。

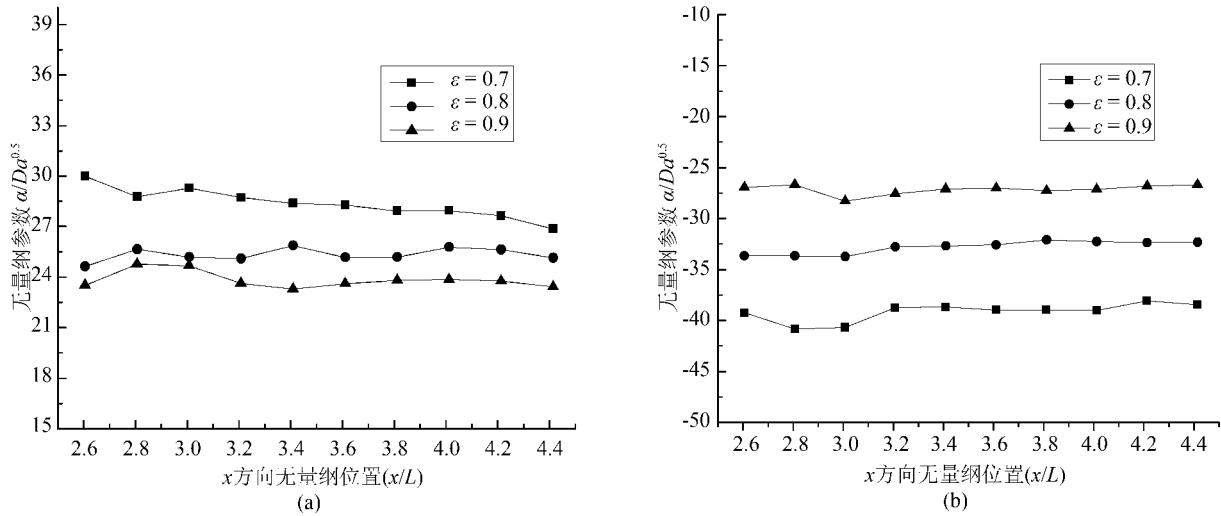


图5 不同孔隙率 ε 下交界面处当量系数沿x方向的分布图($Re=100$)

(a) 系数 $\alpha/Da^{0.5}$; (b) 系数 $\beta/Da^{0.5}$

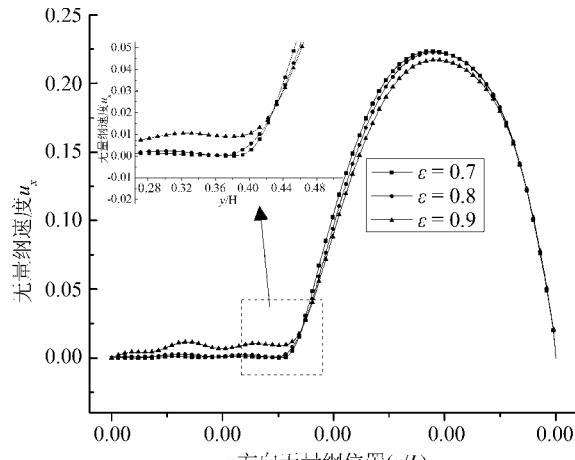


图6 不同孔隙率 ε 下无量纲水平速度 u_x 沿高度 y 的分布图($Re=100$)

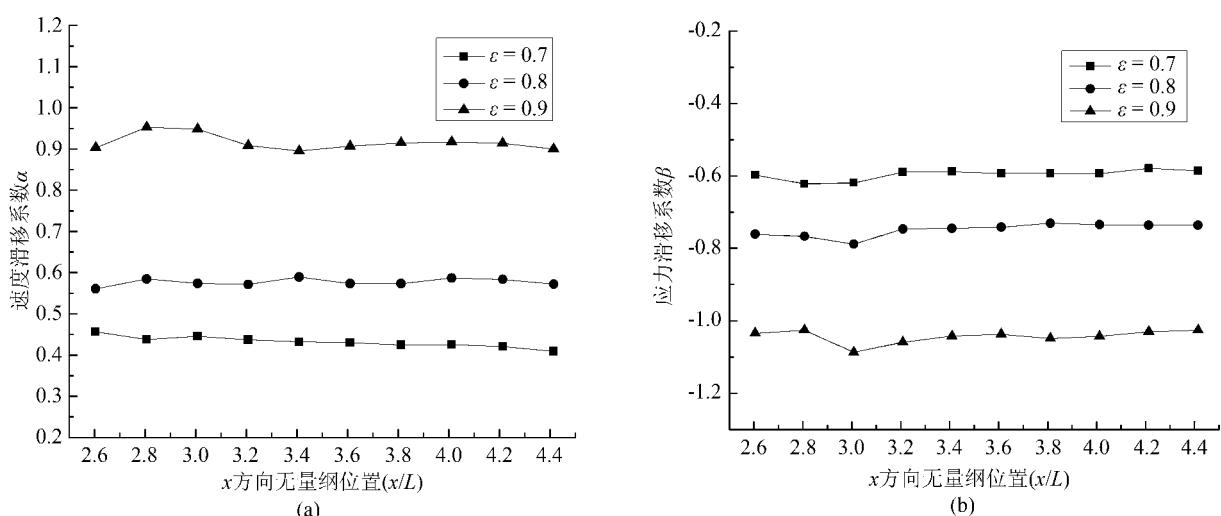


图7 不同孔隙率 ε 下滑移系数沿x方向的分布图($Re=100$)

(a) 速度滑移系数 α ; (b) 应力滑移系数 β

参考文献:

- [1] Beavers G. S., Joseph D. D.. Boundary Conditions at a Naturally Permeable Wall [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1967, 30(1): 197–207.
- [2] Ochoa-Tapia J. A., Whitaker S.. Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid—I: theoretical development [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1995, 38(4): 2635–2646.
- [3] Ochoa-Tapia J. A., Whitaker S. Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid—II: Comparison with experiment [J]. *International Journal of Heat & Mass Transfer*, 1995, 38(14): 2647–2655.
- [4] Valdés-Parada F. J., Ochoa-Tapia J. A., Aguilar-Madera C. G., et al. Velocity and stress jump conditions between a porous medium and a fluid [J]. *Advances in Water Resources*, 2013, (62): 327–339.
- [5] Baytas A. C., Baytas A. F., Ingham D. B., et al.. Double diffusive natural convection in an enclosure filled with a step type porous layer: Non-darcy flow [J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2009, 48(4): 665–673.
- [6] Liu F., Chen B., Wang L.. Experimental and numerical estimation of slip coefficient in a partially porous cavity [J]. *Experimental Thermal & Fluid Science*, 2013, 44(1): 431–438.
- [7] Chen B., Liu F.. Numerical study of slip effect at the porous media/liquid interface in an enclosure partially filled with a porous medium [C]. Penyazkov: *Heat Transfer Research*. New York: Begell House Inc, 2016.
- [8] 陶文铨. 传热与流动问题的多尺度数值模拟方法与应用 [M]. 北京: 科学出版社 2008.
- [9] 何雅玲, 王勇, 李庆. 格子 Boltzmann 方法的理论及应用 [M]. 北京: 科学出版社 2009.
- [10] Guo Z., Shu C.. *Lattice Boltzmann Method and Its Applications in Engineering* [M]. Singapore: World Scientific, 2013.
- [11] Meng X., Guo Z.. Localized lattice Boltzmann equation model for simulating miscible viscous displacement in porous media [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2016(100): 767–778.
- [12] Nazari M., Mohebbi R., Kayhani M. H.. Power-law fluid flow and heat transfer in a channel with a built-in porous square cylinder: Lattice Boltzmann simulation [J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2014(204): 38–49.
- [13] Loussif N., Orfi J.. Slip flow heat transfer in micro-tubes with viscous dissipation [J]. *Desalination and Water Treatment*, 2015, 53(5): 1263–1274.
- [14] Nieuwstadt F., Keller H. B.. Viscous flow past circular cylinders [J]. *Computers & Fluids*, 1972, 1(1): 59–71.
- [15] He X., Doolen G.. Lattice Boltzmann Method on curvilinear coordinates system: flow around a circular cylinder [J]. *Journal of Computational Physics*, 1997, 134(2): 306–315.
- [16] Nield D. A., Bejan A.. *Convection in Porous Media* [M]. New York: Springer, 2013.

(学科责编: 吴芹)

(上接第 236 页)

- [7] Moghadam A. S.. Pushover Analysis for A Symmetric and Setback Multistory Buildings [C] *Proceedings of the World Conference on Earthquake Engineering*. New Zealand: 12 th World Conference on Earthquake Engineering 2000.
- [8] GB 50010—2010 *高层建筑混凝土结构技术规程* [S]. 北京: 中国建筑工业出版社 2010.
- [9] 刘一鸣, 何沛祥, 徐文. 剪力墙结构在罕遇地震下的 Push-over 分析 [J]. *工程与建设*, 2015, 29(3): 354–355, 374.
- [10] 隋然. 钢筋混凝土框架结构 PUSHOVER 分析 [J]. *四川建筑*, 2015, 35(6): 170–172.
- [11] Reyes J. C., Chopra A. K.. Three-dimensional modal pushover analysis of buildings subjected to two components of ground motion, including its evaluation for tall buildings [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2011, 40(7): 789–806.
- [12] 吕大刚, 崔双双, 陈志恒. 基于 Push-over 分析的钢筋混凝土框架结构抗侧向倒塌能力评定 [J]. *工程力学*, 2013, 30(1): 180–189.
- [13] 刘金林. 钢筋混凝土框架结构 Push-over 抗震性能分析 [J]. *安徽建筑工业学院学报(自然科学版)*, 2014(4): 11–16.
- [14] 王丰, 李宏勇. 双向地震激励下的两阶段多维 Push-over 分析 [J]. *工程力学*, 2014, 31(10): 188–194.
- [15] 侯钢领, 滕飞, 孙晓丹, 等. 基于模态 Push-over 的结构地震随机反应分析 [J]. *地震工程与工程振动*, 2014(34): 295–301.

(学科责编: 吴芹)